

Problema 11.1

Soluție

Pentru indicarea corectă a forțelor ce acționează asupra corpului pe planul înclinat (vezi figura) **(0.5 p.)**

Pentru legea a doua a lui Newton în proiecții pe axele de coordonate

$$\begin{cases} mg \sin \alpha - F_f = ma \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow g \sin \alpha - \mu g \cos \alpha = a \quad (1) \quad \underline{\underline{(1.0 p.)}}$$

Pentru cunoașterea și ideea de a utiliza formula lui Galilei

$$a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

Pentru exprimarea distanței $s = OA$ prin înălțimea planului înclinat $s = h/\sin \alpha$ **(0.5 p.)**

a) Pentru obținerea din (1) a următoarei ecuații luând în considerare că viteza inițială a corpului este egală cu zero: **4.0 p.**

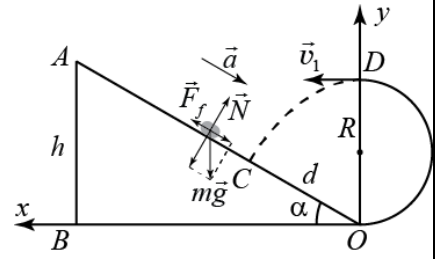
$$g \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \sin \alpha - \mu g \cdot \frac{h}{\sin \alpha} \cos \alpha = \frac{v^2}{2} \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = mgh - \mu mgh \operatorname{ctg} \alpha \quad (2) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

Pentru utilizarea legii conservării energiei pentru pozițiile corpului în punctele O și D :

$$\frac{mv^2}{2} = mg \cdot 2R \quad (3) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

Pentru obținerea din (2) și (3) a expresiei înălțimii h de la care trebuie eliberat corpul pe planul înclinat pentru ca el să ajungă mișcându-se pe cerc în punctul D , unde viteza lui devine egală cu zero:

$$h = \frac{2R}{1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha} \quad (4) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$



Pentru ecuațiile coordonatelor x și y ale mișcării corpului din punctul D în punctul C în sistemul de coordonate ales. Pe direcția axei x mișcarea este uniformă și ecuația are forma

$$x = x_0 + v_x t \Rightarrow x = v_1 t \quad (5) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

Pentru ecuația coordonatei y la mișcarea pe verticală:

$$y = y_0 + v_{0y} t + \frac{a_y t^2}{2} \Rightarrow y = 2R - \frac{gt^2}{2} \quad (6) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

Pentru obținerea din (5) și (6) a ecuației traiectoriei:

$$y = -\frac{g}{2v_1^2} x^2 + 2R \quad (7) \quad \underline{\underline{(1.0 p.)}}$$

Pentru observarea că în sistemul de coordonate ales punctul C are coordonatele

$$x = d \cos \alpha; \quad y = d \sin \alpha \quad (8) \quad \underline{\underline{(1.0 p.)}}$$

Pentru obținerea din (7) și (8) a pătratului vitezei v_1 :

$$d \sin \alpha = -\frac{gd^2 \cos^2 \alpha}{2v_1^2} + 2R \Rightarrow v_1^2 = \frac{gd^2 \cos^2 \alpha}{2(2R - d \sin \alpha)} \quad (10) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

b) **6.0 p.**

Pentru utilizarea legii conservării energiei pentru stările din punctele O și D

$$\frac{mv'^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + mg \cdot 2R \quad (11) \quad \underline{\underline{(1.0 p.)}}$$

Pentru observarea faptului că ecuația (2) permite determinarea vitezei v' a corpului în punctul O la baza planului înclinat când acesta este eliberat de la o înălțime H mai mare decât h :

$$\frac{mv'^2}{2} = mgH - \mu mgH \operatorname{ctg} \alpha \quad (12) \quad \underline{\underline{(0.5 p.)}}$$

Pentru obținerea din (10) – (12) a expresiei înălțimii H :

$$mgH - \mu mgH \operatorname{ctg} \alpha = \frac{gd^2 \cos^2 \alpha}{4(2R - d \sin \alpha)} + 2gR \Rightarrow H = \frac{d^2 \cos^2 \alpha}{4(2R - d \sin \alpha)(1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha)} + \frac{2R}{1 - \mu \operatorname{ctg} \alpha} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = h \left[1 + \frac{d^2 \cos^2 \alpha}{8R(2R - d \sin \alpha)} \right] \quad \underline{\underline{(1.0 p.)}}$$

Total max 10.0 p.